٢٠٢١

إعداد الأستاذ

إيهاب السبعاوي

٠٧٩٠٤٩٢٩٨٧

الرياضيات

الجزء الاول

رابع علمي

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

المنطق الرياضي

ادوات الربط

اولاً اداة الربط "و" ∧

P	Q	P∧Q
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

في اداة الربط و تكون صائبة في حالة واحدة فقط اذا كانت العبارتين صائبة

ثانياً اداة الربط "أو" ∨

P	Q	P∨Q
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

في اداة الربط أو تكون خاطئة في حالة واحدة فقط اذا كانت العبارتين خاطئة

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

تمارين 1-2

بين اي العبارات التالية صائبة وأيا منها خاطئة

① العدد 5 يقسم العدد 25 و العدد 7 يقسم 25

الجواب F F ∧ T F

② العدد 5 يقسم العدد 25 او العدد 7 يقسم 25

الجواب T F ∨ T T

③ العدد 7 ليس اوليا او العدد 4 اوليا

الجواب F F ∨ F F

④ قطرا المربع متعامدان و قطرا متوازي الاضلاع متنافهان

الجواب T T ∧ T T

⑤ قطرا المربع متعامدان او قطرا المستطيل متعامدان

الجواب T F ∨ T T

ملاحظة

العدد الاولي هو الذي يقبل القسمة على نفسه والواحد فقط مثال ١ و ٢ و ٣ و ٥ و ٧ و ١١ و ...

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

ثالثاً اداة الربط إذا كان ... فأن ⟵

P	Q	P ⟵ Q
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

تكون خاطئة فقط اذا كانت المقدمة صائبة والتالية خاطئة

عمر الصح ميصير غلط

مثال اذكر قيم الصواب للعبارات الاتية

* اذا كان $\sqrt{3} \notin \sqrt{2}$ فأن $\sqrt{-2} \notin R$

صائبة صائبة الجواب صائبة

* اذا كان $5 + z = 12$ فأن $2 + 6 = z$

خاطئة خاطئة الجواب خاطئة

* اذا كان $5 + z = 11$ فأن $2 + 6 = 8$

خاطئة صائبة الجواب صائبة

* اذا كان صفر = 11 فأن $\sqrt{3}$ عدد نسبي

خاطئة خاطئة الجواب صائبة

ملاحظة// العدد النسبي هو كل عدد نحصل عليه من ناتج الجذر

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

رابعاً أداة الربط (إذا وفقط إذا) $\leftrightarrow$

تكون صائبة إذا كانت كل من العبارتين صائبة او خاطئة معاً

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

$p \leftrightarrow q$

س/ تمارين ص13

اذا كانت p صائبة q صائبة r خاطئة فأي العبارات التالية خاطئة وأيها صائبة ؟

1) $(p \rightarrow q) \vee r$

$(T \rightarrow T) \vee F$

$T \vee F$

T صائبة

2) $(p \leftrightarrow q) \wedge p$

$(T \leftrightarrow F) \wedge T$

$F \wedge T$

F خاطئة

3) $(r \rightarrow q) \wedge p$

$(T \rightarrow T) \wedge T$

$T \wedge T$

T صائبة

4) $(r \leftrightarrow r) \vee r$

$(F \leftrightarrow F) \vee F$

$T \vee F$

T صائبة

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

خامساً الاقتفار

م ⇒ الاقتفار باتجاه واحد فقط ✓

ب ⇔ الاقتفار باتجاهين متعاكسين ✓

مثال أختر احد الرمزين ⇐ , ⇔ لوضعه بين التعبيرين في الكالات الاتية لتصبح العبارة صحيحة.

* $x^3 = 8$ ⇔ $x = 2$
* $x > 5$ ⇐ $x > 2$
* $x \leq 0$ ⇐ $x^2 \geq 0$
* م ب ج شكل رباعي قطراه متناصفان ⇔ م ب ج متوازي اضلاع

س2 تمارين ج1

* الشكل الرباعي متطيل ⇐ قطرا الشكل الرباعي يتناصفان
* الشكل الرباعي معين ⇔ اضلاع الشكل الرباعي متطابقة
* الشكل الرباعي متطيل ⇐ الشكل الرباعي قياس زواياه قائمة
* $a, b \in R$ $a \cdot b = 0$ ⇔ $a = 0 \vee b = 0$
* $x = -3$ ⇐ $x^2 = 9$
* الشكل الرباعي مربع ⇐ الشكل الرباعي قياس زواياه قوائم
* $x^2 = 25$ ⇒ $x = 5$
* $x^3 = -125$ ⇔ $x = -5$
* م ب ج مثلث متساوي الاضلاع ⇐ م ب ج مثلث متساوي الساقين
* $x = 1 \vee x = 2$ ⇔ $(x-1)(x-2) = 0$

الاستاذ: ايهاب السبعاوي
07904929871

العبارتان المتكافئتان :-

يقال للعبارتان متكافئتة اذا كان لها نفس جدول الصواب و يرمز له $p \equiv q$

مثال / اثبت ان $p \to q \equiv \sim p \vee q$

p	q	$\sim p$	$p \to q$	$\sim p \vee q$
T	T	F	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

العبارتان متكافئة

س3 تمارين 3/1

1) برهن ان $\sim(p \to q) \equiv p \wedge \sim q$

p	q	$\sim q$	$p \to q$	$\sim(p \to q)$	$p \wedge \sim q$
T	T	F	T	F	F
T	F	T	F	T	T
F	T	F	T	F	F
F	F	T	T	F	F

العبارتان متكافئة

2) $p \to q \equiv \sim q \to \sim p$ واجب

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

س13 تمارين صـ

ضع دائرة حول رمز الأجابة الصحيحة فيما يأتي

1) $p \wedge \sim p \rightarrow r$ تكافئ

p	$\sim p$	$p \rightarrow \sim p$	$p \rightarrow p$	$\sim p \rightarrow p$	$\sim p$	$\sim p \wedge p$
T	F	F	T	T	F	F
F	T	T	T	F	T	F

الجواب / ج

2) $\zeta \leftrightarrow \zeta$

ζ	$\zeta \leftrightarrow \zeta$
T	T
F	T

الجواب / م حائية دائماً

3) نفي العبارة $\sim \zeta \vee (9 > 5+3)$

$\zeta \wedge (9 \leq 5+3)$

الجواب / د

الواجب

س / هل العبارتان متكافئتان

* $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee q$
* $p \leftrightarrow q \equiv \sim q \rightarrow p$

الاستاذ: ايهاب السبعاوي
07904929871

الجمل المفتوحة :- وهي جملة تحتوي على مجهول مثلاً x, y اذا عوضنا قيم لـ x, y تكون الجملة اما صائبة او خاطئة ويرمز له بالرمز $p(x)$

مثال اذا كان

$x + 2 = 5$ اذا كانت $x = 3$ تكون العبارة صائبة

اذا كانت اي عدد اخر تكون خاطئة

تكافؤ الجمل المفتوحة :- تتكافئ الجمل المفتوحة اذا كان لها نفس مجموعة الحل

مثال

① $p(x) : 2x = 4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \{2\}$

② $q(x) : x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \{2\}$

∴ العبارتين متكافئتين وذلك لتساوي مجموعة الحل لكل منهما

مثال

* $2x - 1 = 5 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow \{3\}$
* $-x + 3 = x - 1 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \{2\}$

∴ العبارتين ليس متكافئتين

نفي الجملة المفتوحة $p(x)$:-

اذا كانت $p(x)$ جملة مفتوحة صحيحة نفيها $p(x)$ ليس صحيحاً دائماً

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

مثال / انصب كل من الجمل المفتوحة الاتية

نصبها $p(x)$ نسبة	الجملة $p(x)$
$x^2-4\neq 0$	$x^2-4=0$
x ليس عدداً صحيحاً زوجياً	x عدد صحيح زوجي
$x\neq 4$ أو $x\neq 6$	$x=4$ و $x+1=6$

تمارين (2-1)

س1/ اكتب مجموعة الحل لكل جملة مفتوحة من الجمل الاتية

1) $x<3$ مجموعة التعويض الاعداد الطبيعية $\mathbb{N}$

$S=\{1,2\}$

2) $x^2-11x+30=0$ مجموعة التعويض $\{10,6,5,3\}$

$(x-5)(x-6)=0$

$x=6$ او $x=5$ $\quad S=\{5,6\}$

3) $(x-30)(x-\frac{3}{5})(x-1)=0$ مجموعة التعويض $\mathbb{Z}$

اما $x=1$

او $x=\frac{3}{5}\notin\mathbb{Z}$ تهمل

او $x=30$ $\quad S=\{1,30\}$

4) $x>4$ و $(x-1)(x-5)=0$ مجموعة التعويض $\mathbb{N}$

$x=1$. $x=5$. $\{5,6,7,\dots\}$

$\{1,5\}\cap\{5,6,7\}$

$S=\{5\}$

15) χ لا تقبل القسمة على 4 ، مجموعة التعويض $\{2,4,6,8,10\}$

$\zeta = \{2, 6, 10\}$

16) $\chi + 5 \geq 0$ فأن $\chi \geq -5$ ، مجموعة التعويض z

$\zeta = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, \ldots\}$

س/ يوضح في كل مما يأتي زوجين من الجمل المفتوحة أي من هذه الازواج يمثل جملتين مفتوحتين متكافئتين مع العلم أن مجموعة التعويض z

أ- $3\chi - 5 = \chi + 7$ ، $\chi - 3 = 3$

$3\chi - \chi = 5 + 7$ ، $\chi = 3 + 3$

$2\chi = 12 \rightarrow \chi = 6$ ، $\chi = 6$

$\zeta_1 = \{6\}$ ، $\zeta_2 = \{6\}$ متكافئتين

ب- $\chi^2 = 4$ ، $\chi = 2$

$\chi = \pm 2$

$\zeta = \{\pm 2\}$ غير متكافئتان $\zeta = \{2\}$

جـ- $\chi^2 = 9$ ، $\chi = 3$ أو $\chi = -3$

$\chi = \pm 3$

$\zeta = \{-3, 3\}$ متكافئتان $\zeta = \{-3, 3\}$

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

د- $(x+1)(2x+1)=0$

$x+1=0$

$x=-1$

$x=\frac{-1}{2} \notin z$

$x=-1$

$ح=\{-1\}^2$ متكافئتان $ح=\{-1\}$

هـ- $(x-1)(x-5)=0$

$x=1$

$x=5$

$ح=\{1,5\}$

$x^2-6x+5=0$

$(x-5)(x-1)=0$

$x=1$

$x=5$

$ح=\{1,5\}$

متكافئتان

و- $x=0$

$ح=\{0\}$

x اكبر من -1 واصغر من 1

$ح=\{0\}$

متكافئتان

ز- $0 \leq x < 3$

$ح=\{0,1,2\}$

$(x-1)(x-2)=0$

$x=1$

$x=2$

$ح=\{1,2\}$

غير متكافئتان

س3/ انصي كل جملة مفتوحة من الجمل الاتية ثم جد مجموعة الكل للجملة المنفية مع العلم ان مجموعة التعويض $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

الجملة	نفي الجملة	مجموعة الكل للجملة المنفية
$2x=4$	$x\neq 2 \Leftarrow 2x\neq 4$	$S=\{1,3,4,5\}$
$x+4=7$	$x\neq 3 \Leftarrow x+4\neq 7$	$S=\{1,2,4,5\}$
$(x-3)(x-4)=0$	$(x-3)(x-4)\neq 0$	$S=\{1,2,5\}$
	$x\neq 3$	
	$x\neq 4$	
$x+2=4$ و $x^2=9$	$x+2\neq 4$ أو $x^2\neq 9$	$S=\{1,4,5\}$
	$x\neq 2$ أو $x\neq \mp 3$	
$x-1=4$ أو $x^2=16$	$x-1\neq 4$ و $x^2\neq 16$	$S=\{1,2,3\}$
	$x\neq 5$ و $x\neq \mp 4$	

س4/ اذا علمت أن x, y عناصر في المجموعة $\{1, 2, 3, \ldots, 9\}$ فاكتب مجموعة الكل لكل من الجمل المفتوحة الاتية على شكل ازواج مرتبة

أ- $x-y=3$ $\{(3,0),(4,1),(5,2),(6,3),(7,4),(8,5),(9,6)\}$

ب- $x+y=15$ $\{(7,8),(8,7),(9,6),(6,9)\}$

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

العبارات المسورة

اولاً العبارة المسورة كلياً

يرمز لها بالرمز $\forall$ ودلالة على الشمول مثلاً

لو كانت x^2+2x+1 ثابتة لكل عدد ينتمي الى $\mathbb{N}$

$\forall x \in \mathbb{N}$ x^2+2x+1 ثابتة

ثانياً العبارة المسورة جزئياً

يرمز لها بالرمز $\exists$ ودلالة على الوجود مثلاً

$x+1=2$ للمعادلة حل في مجموعة الاعداد الصحيحة

$\exists x \in \mathbb{Z}$ $x+1=2$

نفي العبارة المسورة

نفي الكل $\forall$ ← يوجد $\exists$

نفي اليوجد $\exists$ ← كل $\forall$

التحصيل الحاصل اذا كانت جميع الاحتمالات صائبة لهذه العبارة صائبة فان العبارة تسمى تحصيل حاصل

التناقض اذا كانت جميع القيم خاطئة

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$
T	F	T
F	T	T

تحصيل حاصل

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

تمارين (3 - 1)

س1 / إنف كل عبارة من العبارات الاتية مناقضا استعمال ليس صحيحا بدلها

* جميع المثلثات المتشابهة متساوية الساقين

الجواب / بعض المثلثات المتشابهة غير متساوية الساقين

* بعض المثلثات المتشابهة غير متطابقة

الجواب / جميع المثلثات المتشابهة متطابقة

* إذا كان المثلث قائم الزاوية فإنه يكون متساوي الساقين

الجواب / المثلث قائم الزاوية وغير متساوي الساقين

* بعض المعادلات ليس لها حل

الجواب / جميع المعادلات لها حل

* كل شكل رباعي متطيل

الجواب / بعض الاشكال الرباعية غير متطيلة

* $Q : \forall X \in N : X^2 = 25$

$\sim Q : \exists X \in N : X^2 \neq 25$ الجواب

* $(\forall X \in R : X < 8) \wedge P$

الجواب / $\exists X \in R : X > 8 \vee P$

س4 / بين صواب أو خطأ كل من العبارات الآتية

أ) $\forall x$ فإن $P(x)$ حيث أن :
$P(x)$: إذا كان x عدداً طبيعياً فإن $x^2 = x$

الجواب / خاطئة

ب) $\exists x$ فإن $P(x)$ حيث أن :
$P(x)$: عدد طبيعي $x^2 = x$

الجواب / صائبة

ج) $\forall x$ فإن $P(x)$ حيث أن
$P(x)$: إذا كان x عدداً سالباً فإن x^2 عدد موجب

الجواب / صائبة

د) p ، q عبارتان منطقيتان $(q \wedge p) \rightarrow p$ تحصيلاً حاصل

الجواب

q	p	$q \wedge p$	$(q \wedge p) \rightarrow p$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	F	T

تحصيل حاصل

هـ) p عبارة $p \wedge \sim p$ تناقض

p	$\sim p$	$\sim p \wedge p$
T	F	F
F	T	F

تناقض

و) p ، q عبارتان منطقيتان $[(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (p \leftrightarrow q)] \leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$ تحصيلاً حاصلاً

p	q	$p \leftrightarrow q$	$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	T	T

تحصيل حاصل

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

مثال // جد مجموعة حل المعادلة $\forall x \in R, x^2|x| - 8 = 0$

الحل //

$$= \begin{cases} x^2(x) - 8 = 0 & x \geq 0 \\ x^2(-x) - 8 = 0 & x < 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} x^3 - 8 = 0 \\ -x^3 - 8 = 0 \end{cases}$$

بالجذر التكعيبي

$$= \begin{cases} x^3 = 8 \\ x^3 = -8 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

$S = S_1 \cup S_2$

$= \{-2, 2\}$

$S_1 = \{2\}$ $S_2 = \{-2\}$

مثال // جد مجموعة حل المعادلة $\forall x \in R, x^2 + |x| - 12 = 0$

الحل //

$$= \begin{cases} x^2 + x - 12 = 0 & x \geq 0 \\ x^2 - x - 12 = 0 & x < 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} (x+4)(x-3) = 0 \\ (x-4)(x+3) = 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} x = -4 & \text{أو} \quad x = 3 \quad x \geq 0 \\ x = 4 & \text{أو} \quad x = -3 \quad x < 0 \end{cases}$$

مرفوض

$S_1 = \{3\}$

$S_2 = \{-3\}$

$S = S_1 \cup S_2$

$= \{-3, 3\}$

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

س3/ جد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية ثم تحقق من صحة الحل

ب- $|4x+3|=1$

$x \geq -\frac{3}{4}$ $\quad$ $x < -\frac{3}{4}$

$$= \begin{cases} (4x+3)=1 \\ -(4x+3)=1 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 4x+3=1 \\ -4x-3=1 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 4x=-2 \\ -4x=4 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} x=-\frac{1}{2} \\ x=-1 \end{cases}$$

$S_1 = \{-\frac{1}{2}\}$ $\quad$ $S_2 = \{-1\}$ $\quad$ $S = S_1 \cup S_2 = \{-\frac{1}{2}, -1\}$

$x=\frac{1}{2}$ $\quad$ $x=-1$

التحقق

$|4(-1)+3|=1$

$|-4+3|=1$

$|-1|=1$

$1=1$ ✓

$|4(-\frac{1}{2})+3|=1$

$|-2+3|=1$

$|1|=1$

$1=1$ ✓

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

ب - $x|x|+4=0$

$$= \begin{cases} x(x)+4=0 & x \geq 0 \\ x(-x)+4=0 & x<0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} x^2+4=0 \\ -x^2+4=0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} x^2=-4 \\ x^2=4 \end{cases}$$ ليس لها حل في R

$$= \begin{cases} x=\mp 2 & \text{تهمل} \\ & x \geq 0 \\ & x<0 \end{cases}$$

$x=+2$ تهمل $\quad x=-2$

$S=\{-2\}$

التحقق

$-2|-2|+4=0$

$-4+4=0$ ✓

د - $|x^2+4|=29$

$$= \begin{cases} x^2+4=29 \\ -x^2-4=29 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} x^2=25 \\ x^2=-33 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} x=\mp 5 \\ x^2=-33 \end{cases} \rightarrow \text{تهمل}$$

$x=5 \quad x=-5$

$S_1=\{5\} \quad S_2=\{-5\}$

$S=\{-5,5\}$

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

التحقق

$x = 5$

$|(5)^2 + 4| = 29$

$|25 + 4| = 29$

$29 = 29$ ✓

$x = -5$

$|(-5)^2 + 4| = 29$

$|25 + 4| = 29$

$29 = 29$ ✓

د - $|2x + 1| = x$

$x \geq -\frac{1}{2}$

$x < -\frac{1}{2}$

$$= \begin{cases} (2x+1) = x \\ -(2x+1) = x \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 2x + 1 = x \\ -2x - 1 = x \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 2x - x = -1 \\ -2x - x = 1 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} x = -1 \\ -3x = 1 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} x = -1 \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

لا تحقق

لا تحقق

$S = \emptyset$

الواجب /

جـ - $x|x + 2| = 3$

هـ - $x^2 - 2|x| - 15 = 0$

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

حل معادلتين أنيتين بمتغيرين

اذا كانت من نفس الدرجة تحل ← بيانياً
تحليلياً ← تعويض
حذف

اذا كانت من درجتين مختلفة تحل بالتعويض فقط

مثال / اذا كانت R هي مجموعة التعويض لكل من x,y فجد الحل بطريقتين تحليلياً و بيانياً

الحل / الطريقة الاولى تحليلياً

$x-2y=5 \quad \ldots(1)$

$2x+y=0 \quad \ldots(2)$ ×2

خطوات الحل :-

١- نختار احد المتغيرين

٢- نوحد معاملات المتغيرين

٣- الاشارة مختلفة بالجمع
الاشارة متشابه بالطرح

٤- نجد مجموعة الحل

$x-2y=5$

$4x+2y=0$ بالجمع

$5x=5 \Rightarrow x=1$

$2(1)+y=0$

$y=-2$

$S=\{(1,-2)\}$

الاستاذ: ايهاب السبعاوي
07904929871

ثانياً/ بيانياً

خطوات الحل:

1- نكون جدولين تحت الاول معادلة ① تحت الثانية معادلة ②

2- نختار قيم لـ x,y بحيث يعطي الزوج الاخر الناتج.

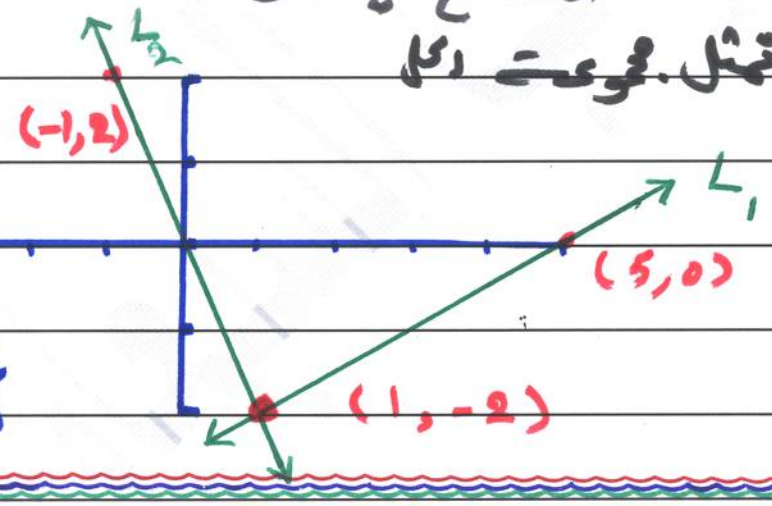
3- نقطة التقاطع في الرسم تمثل مجموعة الحل

x	y	(x,y)
1	-2	(1,-2)
5	0	(5,0)

$L_1: x-2y=5$

x	y	(x,y)
1	-2	(1,-2)
-1	2	(-1,2)

$L_2: 2x+y=0$



$S=\{(1,-2)\}$

مثال// اذا كانت R هي مجموعة التعويض لكل من x,y فجد مجموعة الحل

$x-y=1$ — ① $\Rightarrow x=1+y$ — ③

$x^2+y^2=13$ — ②

خطوات الحل:

1- من احد المعادلتين نجد معادلة ③

2- نعوض معادلة ③ في المعادلة الاخر $(1+y)^2+y^2=13$

3- نحلل المعادلة ونجد قيمة احد المتغيرين $1+2y+y^2+y^2=13$

4- نعوض في معادلة ③ ونجد المتغير الاخر $2y^2+2y-12=0$

5- نجد مجموعة الحل $y=2$

$y^2+y-6=0$

$(y+3)(y-2)=0$

نعوض في معادلة ②

اما $y=-3 \Rightarrow x=1-3=-2$

او $y=2 \Rightarrow x=1+2=3$

$\zeta=\{(-2,-3),(3,2)\}$

مثال حل المثال الاتي اذا كانت R هي مجموعة التعويض كل من x,y بطريقة الحذف

$x^2+y^2=17$ — ①

$2x^2-3y^2=-46$ — ②

الحل نضرب معادلة ① في العدد 2

$2x^2+2y^2=34$

$2x^2-3y^2=-46$

بالجمع $5x^2=5$

$x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$

نعوض في معادلة ① ونجد y

اما $x=1 \rightarrow (1)^2+y^2=17$

$1+y^2=17$

$y^2=16 \rightarrow y=\pm 4$

او $x=-1 \rightarrow (-1)^2+y^2=17$

$y^2=16 \rightarrow y=\pm 4$

$\zeta=\{(1,4),(-1,-4),(1,4),(-1,4)\}$

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

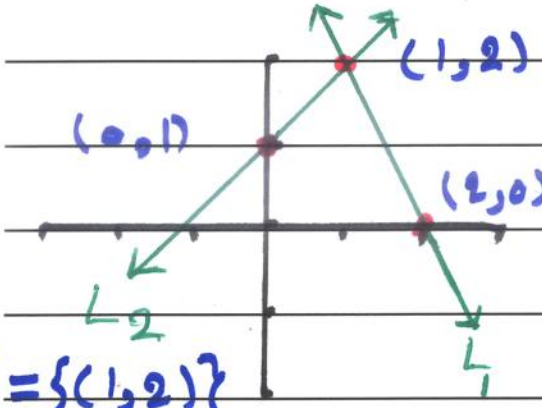
تمارين ص 39

جد مجموعة حل المعادلتين الاتيتين

أ) بيانياً

$x - y = -1$

$2x + y = 4$



x	y	(x,y)
1	2	(1,2)
2	0	(2,0)

x	y	(x,y)
1	2	(1,2)
0	1	(0,1)

$L_2 : 2x + y = 4$ $\quad L_1 : x - y = -1$

$S = \{(1,2)\}$

ب) $4x + 3y = 17$ 1

$-2x + 3y = 13$ 2

بالطرح

$2x = 4 \Rightarrow x = 2$

نعوض في معادلة 1

$4(2) + 3y = 17$

$3y = 9 \Rightarrow y = 3$

$S = \{(2,3)\}$

ب) $x - y = 1 \dots ①$ $\Rightarrow x = 1 + y \dots ③$

$5x^2 + 2y^2 = 53 \dots ②$

نعوض في ②

$5(1+y)^2 + 2y^2 = 53$

$5(1 + 2y + y^2) + 2y^2 = 53$

$5 + 10y + 5y^2 + 2y^2 - 53 = 0$

$7y^2 + 10y - 48 = 0$ نحل بالتجربة

$(7y + 24)(1y - 2) = 0$

اما $7y = -24 \Rightarrow y = \frac{-24}{7}$

$x = 1 + (\frac{-24}{7})$

$= 1 - \frac{24}{7}$

$x = \frac{-17}{7}$

او $y = 2 \Rightarrow x = 1 + 2$

$x = 3$

$S = \{(\frac{-17}{7}, \frac{-24}{7}), (3, 2)\}$

ج) $2x^2 - y^2 = 34 \dots ①$

$3x^2 + 2y^2 = 107 \dots ②$

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

الفترات

ليكن a, b الحقيقيين

* تسمى $[a,b]$ بالفترة المغلقة

* تسمى (a,b) بالفترة المفتوحة

* تسمى $[a,b)$ بالفترة نصف المفتوحة

او نصف مغلقة $(a,b]$

* $\{x : x < a\}$

* $\{x : x \leq a\}$

* $\{x : x > a\}$

* $\{x : x \geq a\}$

مثال/ لتكن $Y=[3,8]$, $X=[1,6]$ مثل على خط الاعداد

1) $X \cap Y = [3,6]$

2) $X \cup Y = [1,8]$

3) $X - Y = [1,3)$

4) $Y - X = (6,8]$

س/ مثل $[2,-5) \cup \{x : x \geq -3\}$ على خط الاعداد

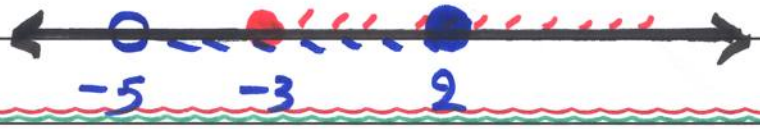
$[2,-5) \cap \{x : x \geq -3\}$ على خط الاعداد

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

الحل //

1) $\{x : x \geq -3\} \cup (-5, 2] = \{x : x > -5\}$

2) $\{x : x \geq -3\} \cap (-5, 2] = [-3, 2]$



حل المتباينة (التراجحة) من الدرجة الاولى في متغير واحد

تكون المتباينة $f(x) < g(x)$ بكافئة للمتباينة $h(x) < 0$ اذا كان لهما نفس مجموعة الحل

مثال/ جد مجموعة الحل للمتباينة $3x + 1 < x + 5$ اذا كانت R مجموعة التعويض ثم مثل على خط الاعداد

الحل //

$$3x + 1 < x + 5$$

$$3x - x < 5 - 1$$

$$2x < 4 \qquad \div 2$$

$$x < 2$$

$$S = \{x : x < 2\} \quad \therefore$$

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

مثال/ اذا كانت R هي مجموعة التعويض فجد مجموعة الحل للنظام $5x+11<1$ و $2x+3<6$ ثم مثل على خط الاعداد الاجابة

الحل/

$5x+11<1$

$5x<-10$

$x<-2$

$S_1=\{x: x<-2\}$

$2x+3<6$

$2x<3$

$x<\frac{3}{2}$

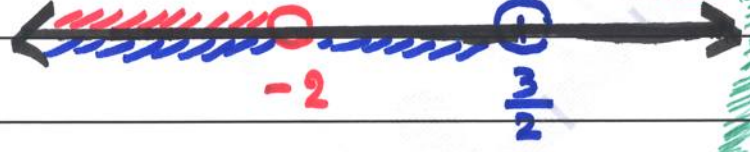
$S_2=\{x: x<\frac{3}{2}\}$

انتباه

اذا كانت اداة الربط و مجموعة الحل تكونا تقاطع اما اذا أو اتحاد كما في المثال التالي

$S=S_1\cap S_2$

$=\{x: x<-2\}$



مثال/ اذا كانت R مجموعة التعويض حل المتباينة وثل الاجابة

$5x+10<0$ أو $2x+4<7$

$5x<-10$

$x<-2$

$S_1=\{x: x<-2\}$

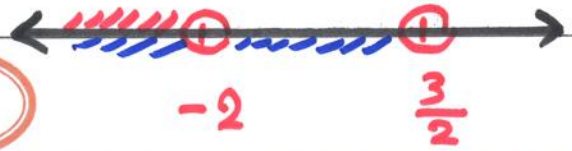
$2x<3$

$x<\frac{3}{2}$

$S_2=\{x: x<\frac{3}{2}\}$

$S=S_1\cup S_2$

$=\{x: x<\frac{3}{2}\}$



الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

مثال/ اذا كانت R هي مجموعة التعويض فجد مجموعة الحل للمتباينة $|x-2| > 5$

الحل/

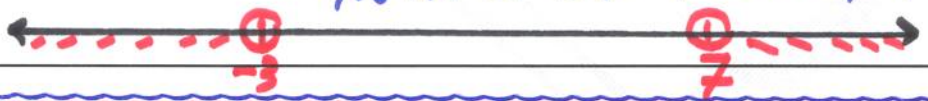
$x-2 > 5$ أو $x-2 < -5$

$x > 7$ | $x < -3$

$S_2 = \{x : x > 7\}$ | $S_1 = \{x : x < -3\}$

$S = S_1 \cup S_2$

$= \{x : x < -3\} \cup \{x : x > 7\}$



مثال/ حل المتباينة $|x+1| \leq 2$ حيث $x \in R$

الحل/

$-2 \leq x+1 \leq 2$

باضافة النظير الجمعي للعدد (1)

$-2-1 \leq x+1-1 \leq 2-1$

$-3 \leq x \leq 1$

$S = [-3, 1]$

ملاحظة

اذا كانت الاداة $>$ او $\geq$ يمثل المطلق اكبر من الموجب واصغر من السالب والحل اتحاد

اذا كانت الاداة $<$ او $\leq$ يمثل المطلق اصغر من الموجب واكبر من السالب والحل تقاطع

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

مثال / جد مجموعة حلول المتباينة $5 \leq |2x+5| < 7$

الحل

$5 \leq (2x+5) < 7$ أو $5 \leq -(2x+5) < 7$

$5 \leq 2x+5 < 7$ | $5 \leq -2x-5 < 7$

$5-5 \leq 2x+5-5 < 7-5$ | $5+5 \leq -2x-5+5 < 7+5$

$0 \leq 2x < 2$ | $10 \leq -2x < 12$

$0 \leq x < 1$ | $-5 \geq x > -6$

$S_2 = [0, 1)$ | $S_1 = (-6, -5]$

$S = S_1 \cup S_2$

$= (-6, -5] \cup [0, 1)$

حل متباينة من الدرجة الثانية في متغير واحد

اذا كان (a) عدداً حقيقياً موجباً فإن

* مجموعة حل المتباينة $x^2 \leq a^2$ هي $[-a, a]$
* مجموعة حل المتباينة $x^2 < a^2$ هي $(-a, a)$

مثال / حل المتباينات الاتية

1. $x^2 < 9 \Leftarrow S = (-3, 3)$
2. $x^2 \leq 9 \Leftarrow S = [-3, 3]$
3. $x^2 > 9 \Leftarrow S = R \setminus [-3, 3]$
4. $x^2 \geq 9 \Leftarrow S = R \setminus (-3, 3)$

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

س/ جد مجموعة حلول كل من المتباينات الاتية

ب- $|x-6| \leq 1$

الحل

$-1 \leq x-6 \leq 1$

$-1+6 \leq x-6+6 \leq 1+6$

$5 \leq x \leq 7$

$S = [5, 7]$

ب- $2 \leq |x+1| \leq 4$

$2 \leq (x+1) \leq 4$ أو $2 \leq -(x+1) \leq 4$

$2 \leq x+1 \leq 4$ | $2 \leq -x-1 \leq 4$

$2-1 \leq x+1-1 \leq 4-1$ | $2+1 \leq -x-1+1 \leq 4+1$

$1 \leq x \leq 3$ | $3 \leq -x \leq 5$

$-3 \geq x \geq -5$

$S_2 = [1, 3]$ | $S_1 = [-3, -5]$

$S = S_1 \cup S_2$

$= [-3, -5] \cup [1, 3]$

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

ب- $-9 < |2x-3| - 12 \leq -3$

أو

$-9 < (2x-3) - 12 \leq -3$

$-9 < 2x - 3 - 12 \leq -3$

$-9 < 2x - 15 \leq -3$

$-9+15 < 2x - 15 + 15 \leq -3+15$

$6 < 2x \leq 12$

$3 < x \leq 6$

$S_2 = (3, 6]$

$-9 < -(2x-3) - 12 \leq -3$

$-9 < -2x + 3 - 12 \leq -3$

$-9 < -2x - 9 \leq -3$

$-9+9 < -2x - 9 + 9 \leq -3+9$

$0 < -2x \leq 6$

$0 > x \geq -3$

$S_1 = (0, -3]$

$S = S_1 \cup S_2$

$= (0, -3] \cup (3, 6]$

د- $2x^2 \leq 8$

$x^2 \leq 4$ ⟵ $S = [-2, 2]$

هـ- $3x^2 - 27 > 0$ ⟵ $3x^2 > 27$

$x^2 > 9$

$S = (-3, 3)$

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

الاسس والجذور

الأسس اعداد صحيحة

$a^n = a \times a \times a \times \dots \times a$ فأن $a \in R \, , \, n \in Z$

$a^0 = 1$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad a \neq 0$

خصائص الأسس

الصحة: $\forall a, b \in R \, , \, \forall n, m \in Z$ حيث Z مجموعة الاعداد

فان $a \neq 0 \, , \, b \neq 0$

* $a^n \times a^m = a^{n+m}$
* $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
* $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
* $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
* $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$

الجذور

اذا كان $n > 1$ فأن $a \in R \, , \, n \in N$

كل عدد حقيقي x يحقق المعادلة $x^n = a$

يسمى جذراً نونياً للعدد a ويرمز له بالرمز

$a^{\frac{1}{n}} \, , \, \sqrt[n]{a}$

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

خصائص الجذور التربيعية

1) $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

2) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ $\quad b \neq 0$

3) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$

خصائص الجذور التكعيبية

* $\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$

* $\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$ $\quad b \neq 0$

* $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a^2} = a$

انتباه

$(-a)^n = a^n$ اذا كان n عدد زوجي فأن

$(-a)^n = -a^n$ اذا كان n عدد فردي فأن

مثال/ جد قيمة $\frac{8^{-3} \times 18^2}{81 \times 16^{-2}}$

$$= \frac{(2^3)^{-3} \times (3^2 \times 2)^2}{(3)^4 \times (2^4)^{-2}} \Rightarrow = \frac{2^{-9} \times 3^4 \times 2^2}{3^4 \times 2^{-8}}$$

$$= 2^{-9+2+8} \times 3^{4-4}$$

$$= 2^1 \times 3^0 = 2 \times 1 = 2$$

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

مثال/ اذا كان $m, n \in Z$ فأثبت ان

$$\frac{125 \times 15^{m-2} \times 25^{m+n}}{75^{m} \times 5^{2n+m}} = \frac{5}{9}$$

الحل/

$$= \frac{5^{3} \times (5 \times 3)^{m-2} \times (5^{2})^{m+n}}{(3 \times 5^{2})^{m} \times 5^{2n+m}}$$

$$= \frac{5^{3} \times 5^{m-2} \times 3^{m-2} \times 5^{2m+2n}}{3^{m} \times 5^{2m} \times 5^{2n+m}}$$

$$= 5^{3+m-2+2m+2n-2m-2n-m} \times 3^{m-2-m}$$

$$= 5 \times 3^{-2} = 5 \times \frac{1}{3^{2}} = \frac{5}{9} \quad \text{و.ه.م}$$

ت-3/ جد ناتج ما يلي

ا) $(9)^{0} + (8)^{0} = 1 + 1 = 2$

ب) $3^{-1} + 2^{-1} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2+3}{6} = \frac{5}{6}$

ج) $16 + (16)^{-1} = 16 + \frac{1}{16} = \frac{257}{16}$

د) $\sqrt{\sqrt[3]{64}} = \sqrt{\sqrt[3]{2^{6}}} = \sqrt{2^{\frac{6}{3}}}$

$$= \sqrt{2^{2}}$$

$$= \sqrt{4} = 2$$

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

هـ) $\frac{2^{-3} \times 4^{-5}}{6^{-1} \times 3^{3}} = \frac{2^{-3} \times (2^2)^{-5}}{(2\times3)^{-1} \times 3^{3}}$

$= \frac{2^{-3} \times 2^{-10}}{2^{-1} \times 3^{-1} \times 3^{3}}$

$= 2^{-3-10+1} \times 3^{+1-3}$

$= 2^{-12} \times 3^{-2} = \frac{1}{2^{12} \times 3^{2}}$

و) $\frac{10^{3} \times 4^{7}}{10^{-5} \times 2^{5}} = \frac{(5\times2)^{3} \times (2^2)^{7}}{(5\times2)^{-5} \times 2^{5}}$

$= \frac{5^{3} \times 2^{3} \times 2^{14}}{5^{-5} \times 2^{-5} \times 2^{5}}$

$= 5^{3+5-5} \times 2^{3+14+5-5}$

$= 5^{3} \times 2^{17}$

ز) $(\sqrt[5]{27})^{\frac{5}{3}} = (\sqrt[5]{3^3})^{\frac{5}{3}} = (3^{\frac{3}{5}})^{\frac{5}{3}} = 3^{1} = 3$

ح) $3a^{0} = 3\times1 = 3$

ط) $(3a)^{0} = 1 \quad a \neq 0$

ي) $(a+b)^{0} = 1 \quad a+b \neq 0$

ك) $(\sqrt[5]{-32})^{-3} = (-32)^{\frac{-3}{5}} = (-2^5)^{\frac{-3}{5}}$

$= (-2)^{-3} = \frac{-1}{8}$

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

س2/ اكتب المقادير الاتية في ابسط صورة

أ) $\sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 \frac{20a^3}{45a}}$

$= \sqrt{\frac{9}{16} \cdot \frac{20a^3}{45a}} = \sqrt{\frac{a^2}{4}}$ /اكل

$= \frac{a}{2}$

ب) $(-a)^4 \left[\frac{(-a)^3 \sqrt[6]{729}}{3a}\right]^2$

$= a^4 \left[\frac{(-a)^3 \sqrt[6]{3^6}}{3a}\right]^2$

$= a^4 \left[\frac{(-a)^3 (3)}{3a}\right]^2$

$= a^4 \frac{(-a)^6}{a^2} = a^2 \cdot a^6 = a^8$

ج) $\sqrt{25b^2c^{-8}} = 5b\sqrt{c^{-8}} = 5b\, c^{\frac{-8}{2}} = 5bc^{-4}$

د) $\frac{3x^{-5}y^2}{2^{-1}y^{-2}}$ ، $x \neq 0$

$= \frac{(2)^1 \times 3 \times y^{2+2}}{x^5} = \frac{6y^4}{x^5}$

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

س3/ اكتب كلاً من العبارات الاتية بشكل يكون المقام فيها (1) ولا يكون تحت الجذر مستفدماً الاسس.

أ) $\frac{4b^2}{b^2 c^{-3}}$ ، $b \neq 0$

$= \frac{4b^{2-2} c^3}{1} = 4b^0 c^3 = 4c^3$

ب) $\frac{1}{b^2+c^2} = (b^2+c^2)^{-1}$

ج) $\sqrt[3]{x} \times \sqrt[4]{x}$ ، $x \geq 0$

$= x^{\frac{1}{3}} \times x^{\frac{1}{4}}$

$= x^{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}} = x^{\frac{7}{12}}$

د) $\frac{bc}{d}$ ، $d \neq 0$

$= bcd^{-1}$

هـ) $\frac{1}{b^5}$ ، $b \neq 0$

$= b^{-5}$

و) $\sqrt[5]{\frac{1}{x}} = x^{\frac{1}{5}}$

س4/ اذا كان $a \in \mathbb{R}$ وان m عدداً صحيحاً زوجياً فأيٍ مما يأتي صائبة.

أ- $a^m > 0$ ✓ صائبة

ب- $a^m < 0$

ج- $a^m \geq 0$

د- $a^m \leq 0$

س5/ اذا كان $a \in \mathbb{R}$ ، a عدد سالب وان m عدداً صحيحاً فردياً فأيٍ مما يأتي صائبة

أ- $a^m > 0$

ب- $a^m < 0$ ✓ صائبة

ج- $a^m \geq 0$

د- $a^m \leq 0$

الاستاذ: ايهاب السبعاوي
07904929871

$(x-y)z \quad (z-x)y \quad (y-z)x$

س٥/ برهن ان $a \cdot a \cdot a = 1$

الحل/ L.H.S $xz - yz + yz - xy + xy - xz$

$= a$

$= a^0 = 1$

ب) $\left[x^{n^2-1} \div x^{n-1}\right]^{\frac{1}{n}} = x^{n-1}$

L.H.S $= \left[x^{n^2-1-(n-1)}\right]^{\frac{1}{n}}$

$= \left[x^{n^2-1-n+1}\right]^{\frac{1}{n}} = \left[x^{n(n-1)}\right]^{\frac{1}{n}} = x^{n-1}$

س٦/ برهن ان $\frac{1}{1+a^{c-b}} + \frac{1}{1+a^{b-c}} = 1$

الحل/

$= \frac{1}{1+\frac{a^c}{a^b}} + \frac{1}{1+\frac{a^b}{a^c}}$

$= \frac{1}{\frac{a^b+a^c}{a^b}} + \frac{1}{\frac{a^c+a^b}{a^c}}$

$= \frac{a^b}{a^b+a^c} + \frac{a^c}{a^c+a^b}$

$= \frac{a^b+a^c}{a^b+a^c} = 1$

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

س٨/ اثبت ان $\frac{5\times 3^{2n} - 4\times 3^{2n-1}}{2\times 3^{2n+1} - 3^{2n}} = \frac{11}{15}$

الحل/

L.H.S

$$= \frac{5\times 3^{2n} - 4\times 3^{2n}\times 3^{-1}}{2\times 3\times 3^{2n} - 3^{2n}}$$

$$= \frac{3^{2n}(5 - 4\times 3^{-1})}{3^{2n}(2\times 3 - 1)} = \frac{5 - \frac{4}{3}}{5}$$

$$= \frac{\frac{11}{3}}{5} = \frac{11}{3}\times\frac{1}{5} = \frac{11}{15}$$

س٩/ برهن $\left[\frac{(9^{n+\frac{1}{4}})\times\sqrt{3\times 3^{n}}}{3\sqrt{3^{-n}}}\right]^{\frac{1}{n}} = 27$

الحل/

L.H.S

$$= \left[\frac{(3^{2})^{n+\frac{1}{4}}\times\sqrt{3^{n+1}}}{3\times 3^{\frac{-n}{2}}}\right]^{\frac{1}{n}}$$

$$= \left[\frac{3^{2n+\frac{1}{2}}\times 3^{\frac{n+1}{2}}}{3^{1-\frac{n}{2}}}\right]^{\frac{1}{n}}$$

$$\left[3^{2n+\frac{1}{2}+\frac{n+1}{2}-1+\frac{n}{2}}\right]^{\frac{1}{n}}$$

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

$$= \left[3^{\frac{4n+1+n+1-2+n}{2}} \right]^{\frac{1}{n}}$$

$$= \left[3^{\frac{6n}{2}} \right]^{\frac{1}{n}} = \left[3^{3n} \right]^{\frac{1}{n}} = 3^{3} = 27$$

س1/ اختصر كلاً مما يأتي الى ابسط صورة

a) $$\frac{6^{4n-1} \times 27^{2n}}{2^{n+1} \times 8^{n-1} \times 9^{n+2}}$$

$$= \frac{(2\times3)^{4n-1} \times (3^3)^{2n}}{2^{n+1} \times (2^3)^{n-1} \times (3^2)^{n+2}}$$

$$= \frac{2^{4n-1} \times 3^{4n-1} \times 3^{6n}}{2^{n+1} \times 2^{3n-3} \times 3^{2n+4}}$$

$$= 2^{4n-1-n-1-3n+3} \times 3^{4n-1+6n-2n-4}$$

$$= 2 \times 3^{8n-5}$$

b) $$\frac{3^{2+n} + 3^{n+1}}{3^n - 3^{n-1}}$$

$$= \frac{3^2 \times 3^n + 3^n \times 3^1}{3^n - 3^n \times 3^{-1}} = \frac{3^n(9+3)}{3^n(1-\frac{1}{3})}$$

$$= \frac{12}{\frac{2}{3}} = 12 \times \frac{3}{2} = 18$$

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

حل المعادلات الاسية البسيطة

تتضمن المعادلات الاسية متغير في الاس

ملاحظات

* اذا تساوت الاساسات فسوف تتساوى الاسس بشرط الاساس $\neq 1$

اي اذا كان $a^x = a^y \Rightarrow x = y \quad , a \neq 1$

* اذا كان $x = y$ فان $x^n = y^n$ اذا كان n فردية

اذا كان $x = \pm y$ اذا كان n زوجية

* اذا كان $x^n = y^n \Leftarrow$ صفر $= m = n$

مثال/ حل المعادلات الاتية

م) $(x+2)^{\frac{-3}{5}} = \frac{1}{\sqrt[5]{27}}$

$(x+2)^{\frac{-3}{5}} = 3^{\frac{-3}{5}}$

$x + 2 = 3$

$x = 1$

$S = \{1\}$

انتباه الكل

اذا تساوت الاسس فسوف تتساوى الاساسات

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

مثال/ حل المعادلة $3^{2x+1} - 4 \times 3^{x+2} = -81$

الحل/

$$3^{2x} \times 3^{1} - 4 \times 3^{x} \times 3^{2} + 81 = 0$$

$$3^{2x} - 12 \times 3^{x} + 27 = 0$$

$$(3^{x} - 3)(3^{x} - 9) = 0$$

اما $3^{x} - 3 = 0 \Rightarrow 3^{x} = 3^{1} \rightarrow x = 1$

او $3^{x} - 9 = 0 \Rightarrow 3^{x} = 3^{2} \rightarrow x = 2$

$$S = \{1, 2\}$$

مثال/ جد قيمة x اذا كان

(أ) $3^{x-1} = 5^{x-1}$

بتطبيق ملاحظة (3)

$x - 1 = 0$

$x = 1$

(ب) $(x+3)^{5} = 4^{5}$

بتطبيق ملاحظة (2)

$x + 3 = 4$

$x = 1$

(جـ) $(x-1)^{6} = 2^{6}$

بتطبيق ملاحظة (2)

$x - 1 = \pm 2$

اما $x - 1 = 2$

$x = 3$

او $x - 1 = -2$

$x = -1$

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

مثال/ حل المعادلة في R

$8^{\frac{x}{2}} + 8^{\frac{x}{2}+\frac{1}{3}} + 8^{\frac{x}{2}+\frac{2}{3}} = 14$

$8^{\frac{x}{2}} + 8^{\frac{x}{2}} \times 8^{\frac{1}{3}} + 8^{\frac{x}{2}} \times 8^{\frac{2}{3}} = 14$

$8^{\frac{x}{2}} \left(1 + 8^{\frac{1}{3}} + 8^{\frac{2}{3}}\right) = 14$

نحلل العدد (8)

$8 = 2^3$

$8^{\frac{x}{2}} \left(1 + (2^3)^{\frac{1}{3}} + (2^3)^{\frac{2}{3}}\right) = 14$

$8^{\frac{x}{2}} (1 + 2 + 4) = 14$

$8^{\frac{x}{2}} (7) = 14 \longrightarrow (2^3)^{\frac{x}{2}} = 2^1$

$\frac{3x}{2} = 1 \longrightarrow 3x = 2$

نقسم الطرفين على (7) ونحلل العدد (8)

$\longrightarrow x = \frac{2}{3}$

$S = \{\frac{2}{3}\}$

تمارين (2-3) صـ 50

س1/ حل كلاً من المعادلات الاتية

ا) $\sqrt[3]{x^3} = \frac{1}{27}$

$x^{\frac{3}{5}} = \frac{1}{3^3}$

نرفع الطرفين للأس $(\frac{5}{3})$

$(x^{\frac{3}{5}})^{\frac{5}{3}} = (3^{-3})^{\frac{5}{3}}$

$x = 3^{-5} \Rightarrow x = \frac{1}{243}$

$S = \{\frac{1}{243}\}$

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

ب) $\left(\sqrt[5]{243}\right)^2 = \left(x^{\frac{-1}{2}}\right)^2$

$= \left(\sqrt[5]{3^5}\right)^2 = x^{-1}$

$3^2 = x^{-1} \Rightarrow 9 = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{9} \Rightarrow S = \{\frac{1}{9}\}$

ج) $(x+2)^{\frac{1}{2}} = 3$

نربع الطرفين

$\left[(x+2)^{\frac{1}{2}}\right]^2 = (3)^2$

$x + 2 = 9 \Rightarrow x = 7 \Rightarrow S = \{7\}$

د) $10^{(x-4)(x-5)} = 100$

$10^{(x-4)(x-5)} = 10^2$

اذا تساوت الاساسات تتساوى الاسس

$(x-4)(x-5) = 2$

$x^2 - 5x - 4x + 20 - 2 = 0$

$x^2 - 9x + 18 = 0$

$(x-3)(x-6) = 0$

$x = 3$

$x = 6 \Rightarrow S = \{3, 6\}$

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

هـ) $-6 \times 5^{x} + 25^{x} + 5 = 0$

الحل/

نرتب المعادلة $-6 \times 5^{x} + 5^{2x} + 5 = 0$

$5^{2x} - 6 \times 5^{x} + 5 = 0$

$(5^{x} - 5)(5^{x} - 1) = 0$

اما $5^{x} - 5 = 0 \Rightarrow 5^{x} = 5^{1} \Rightarrow x = 1$

او $5^{x} - 1 = 0 \Rightarrow 5^{x} = 1 \Rightarrow 5^{x} = 5^{0} \Rightarrow x = 0$

$S = \{0, 1\}$

$x^2 - 3x - 2$

و) $6 = 36$

$6^{x^2 - 3x - 2} = 6^{2}$

اذا تساوت الاساسات تتساوى الاسس

$x^2 - 3x - 2 = 2$

$x^2 - 3x - 4 = 0$

$(x - 4)(x + 1) = 0$

$x = 4$

$x = -1 \Rightarrow S = \{-1, 4\}$

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

ز) $x^{x^2-5x+6} = 1$ الحل

$x^2 - 5x + 6 = 0$

اذا تساوت الاسسات $x = x$ تتساوى الاسس

$x^2 - 5x + 6 = 0$

$(x-3)(x-2) = 0$

ا) $x = 3$

ا) $x = 2$ $\Rightarrow$ $S = \{2, 3\}$

2) $2^{2x+3} - 57 = 65(2^x - 1)$ الحل

$2^{2x} \times 2^3 - 57 = 65 \cdot 2^x - 65$

نفرض $2^x = h$

$8h^2 - 65h - 57 + 65 = 0$

$8h^2 - 65h + 8 = 0$

$(8h - 1)(h - 8) = 0$

ا) $8h - 1 = 0 \Rightarrow h = \frac{1}{8}$

$2^x = h$ نعيد تعويض $\Rightarrow 2^x = 2^{-3} \Rightarrow x = -3$

ا) $h - 8 = 0 \Rightarrow h = 8$

$\Rightarrow 2^x = 2^3 \Rightarrow x = 3 \rightarrow S = \{-3, 3\}$

الاستاذ: ايهاب السبعاوي
07904929871

ب) $5(5^{x}+5^{-x})=26$

الحل/

نفرض $5^{x}=h$

$5\,5^{x}+5\,5^{-x}=26$

$5h+5h^{-1}=26$

$5h+\frac{5}{h}-26=0$

$5h^{2}+5-26h=0$

$5h^{2}-26h+5=0$

$(5h-1)(h-5)=0$

$5h-1=0 \Rightarrow h=\frac{1}{5}$

$h=5^{x}$ نعيد تعويض $\Rightarrow 5^{x}=5^{-1} \Rightarrow x=-1$

$h-5=0 \Rightarrow h=5$

$\Rightarrow 5^{x}=5^{1} \Rightarrow x=1$

$S=\{-1,1\}$

س2/ حل المعادلة في $\mathbb{R}$

$3^{x+1}\times 9^{x}-9^{\frac{1}{2}}\times 3^{\frac{2}{x}}=0$

$3^{x+1}\times 3^{2x}-(3^{2})^{\frac{1}{2}}\times 3^{\frac{2}{x}}=0$

$3^{3x+1}-3^{1+\frac{2}{x}}=0 \Rightarrow 3^{3x+1}=3^{1+\frac{2}{x}}$

[$3x+1=1+\frac{2}{x}$] نضرب الطرفين في x

$3x^{2}+x=x+2 \Rightarrow x^{2}=1 \Rightarrow x=\pm 1 \Rightarrow S=\{\pm 1\}$

نقسم الطرفين على (3) بالجذر التربيعي

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

س/ حل المعادلة الاتية $\frac{(243)^{x-1} \times (27)^{x-2}}{(729)^{\frac{1}{2}x}} = 81$

الحل/

$$\frac{\left(\frac{5}{3}\right)^{x-1} \times \left(\frac{3}{3}\right)^{x-2}}{\left(\frac{6}{3}\right)^{\frac{1}{2}x}} = 3^4$$

$$\frac{3^{5x-5} \times 3^{3x-6}}{3^{3x}} = 3^4$$

$$3^{5x-5+3x-6-3x} = 3^4$$

$$3^{5x-11} = 3^4 \Rightarrow 5x-11=4 \Rightarrow 5x=15$$

$$\Rightarrow x=3$$

$$S=\{3\}$$

س/ جد قيم $x \in R$ اذا علمت ان $3^{x^2-1} + 3^{x^2} + 3^{x^2+1} = 39$

الحل/

$$3^{x^2} \cdot 3^{-1} + 3^{x^2} + 3^{x^2} \cdot 3^{1} = 39$$

نفرض $h = 3^{x^2}$

$$h\frac{1}{3} + h + 3h = 39$$

$$\frac{1}{3}h + 4h = 39$$

$$h + 12h = 39 \times 3 \Rightarrow 13h = 39 \times 3$$

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

$$h = \frac{39 \times 3}{13}$$

$h = 9 \Rightarrow 3^{x^2} = 3^2$ نعيد تعويضا $h = 3^{x^2}$

$\Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$

$S = \{\pm\sqrt{2}\}$

ب) $\dfrac{4^x + 4(2^x) + 3}{4^x + 2^x} = 25$

الحل / نفرض $h = 2^x$

نفرض $h = 2^x$

$\dfrac{2^{2x} + 4 \cdot 2^x + 3}{2^{2x} + 2^x} = 25$

$\dfrac{h^2 + 4h + 3}{h^2 + h} = 25 \Rightarrow h^2 + 4h + 3 = 25h^2 + 25h$

$\Rightarrow 24h^2 - 21h - 3 = 0$

$\Rightarrow 8h^2 - 7h - 1 = 0$

$\Rightarrow (8h - 1)(h + 1) = 0$

إما $8h - 1 = 0 \Rightarrow h = \frac{1}{8}$

نعيد تعويض $h = 2^x \Rightarrow 2^x = 2^{-3} \Rightarrow \boxed{x = -3}$

أو $h + 1 = 0$

$h = -1 \Rightarrow 2^x = -1$ مرفوض

$S = \{-3\}$

الاستاذ: ايهاب السبعاوي
07904929871

الجذور والعمليات عليها

1) $\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x.y}$ والعكس صحيح — خواص الجذور

Ex

$\sqrt[5]{6} \times \sqrt[5]{12} = \sqrt[5]{72}$

$\sqrt[4]{5} \times \sqrt[4]{3} \times \sqrt[4]{x^3} = \sqrt[4]{15x^2}$

2) $\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$ والعكس صحيح

Ex $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{7 \times 3}{3}} = \sqrt{7}$

$\sqrt[3]{\frac{3x}{2y}} = \frac{\sqrt[3]{3x}}{\sqrt[3]{3y}}$

مثال/ رتبا الجذور الاتية تصاعدياً

$\sqrt[6]{147}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt[3]{12}$

الحل/

نوجد قوة الجذور من خلال اخذ الجزء قوة و القسمة على أسس العدد الناتج هو اسس العدد

$\sqrt[6]{147}$

$\sqrt[6]{5^3} = \sqrt[6]{125}$

$\sqrt[6]{12^2} = \sqrt[6]{144}$

$\sqrt[6]{125}$ $\sqrt[6]{144}$ $\sqrt[6]{147}$

الترتيب من اليسار الى اليمين

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

المجردان المترافقان

العامل المنسب هو الذي لو ضربت به المقدار غير النسبية لتحولت الى كمية نسبية

منسب المقدار $2\sqrt{3}$ هو $\sqrt{3}$ لان

$\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 2 \times 3 = 6$

منسب المقدار $\sqrt[3]{3}$ هو $\sqrt[3]{3^2}$ لان

$\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{3^2} = \sqrt[3]{3^3} = 3$

منسب المقدار $5+\sqrt{6}$ هو $5-\sqrt{6}$ لان

$(5-\sqrt{6})(5+\sqrt{6}) = 25 - 6 = 19$

مثال/ بسط بحيث يكون المقام كمية نسبية

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}-1}\,\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\,\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}}\,\frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2} + \frac{2-\sqrt{3}}{4-3}$$

$$= \sqrt{2}+1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+2-\sqrt{3}$$

$$= 3$$

الاستاذ: ايهاب السبعاوي
07904929871

الدوال الحقيقية

ايجاد اوسع مجال للدوال الحقيقية

هنالك ثلاثة حالات

م) الدوال الخطية / اوسع مجال $\mathbb{R}$

Ex 1) $f(x) = x^2 - 2x + 1$
2) $g(x) = 3x + 1$
3) $h(x) = \sin x . \cos x$
} ⇒ اوسع مجال هو $\mathbb{R}$

ب) الدوال الكسرية / اوسع مجال $\mathbb{R} \setminus \{$ اصفار المقام الذي يجعل المقام $= 0 \}$

Ex 1) $f(x) = \frac{2x-1}{x+5}$ نجعل $x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5$

∴ اوسع مجال هو $\mathbb{R} \setminus \{-5\}$

2) $g(x) = \frac{2}{x^2-4}$ نجعل $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4$

$\Rightarrow x = \mp 2$ ∴ اوسع مجال هو $\mathbb{R} \setminus \{\mp 2\}$

3) $h(x) = \frac{x+7}{x^2-3x}$ ⇒ نجعل $x^2 - 3x = 0$

$\Rightarrow x(x-3) = 0$

$x = 0$ او $x = 3$ ⇒ اوسع مجال هو $\mathbb{R} \setminus \{0, 3\}$

ج) الدوال الجذرية التربيعية / نجد قيم x التي تجعل داخل الجذر اكبر او يساوي صفر

Ex $f(x) = \sqrt{x-7}$, $x - 7 \geq 0 \Rightarrow x \geq 7$

∴ اوسع مجال $\mathbb{R} \setminus \{x : x \geq 7\}$

الاستاذ: ايهاب السبعاوي
07904929871

التمثيل البياني للدوال الحقيقية

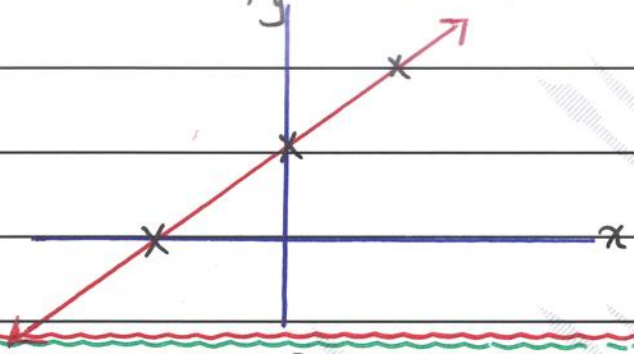
أولاً: تمثيل الدوال الخطية

$f(x) = ax + b$ حيث $a \neq 0 \; , \; a, b \in R$

مثال/ مثل الدالة $f(x) = 2x + 3 \; , \forall x \in R$

الحل

x	1	0	-1
y	5	3	1

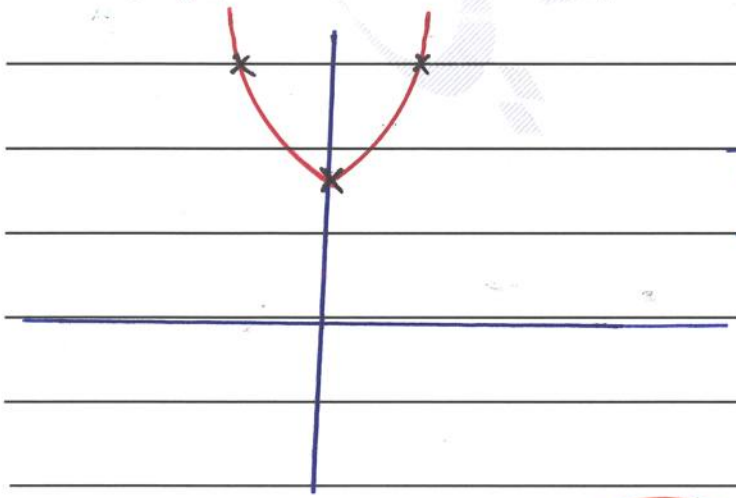


ثانياً: تمثيل الدوال التربيعية

$f(x) = ax^2 + b$ $a, b \in R \; , \; a \neq 0$

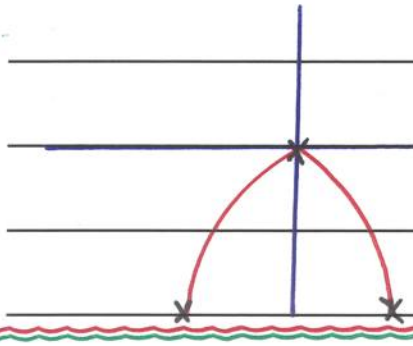
مثال/ مثل الدالة $f(x) = 2x^2 + 3$ اي عندما $a > 0, b \geq 0$

x	1	0	-1
y	5	3	5



الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

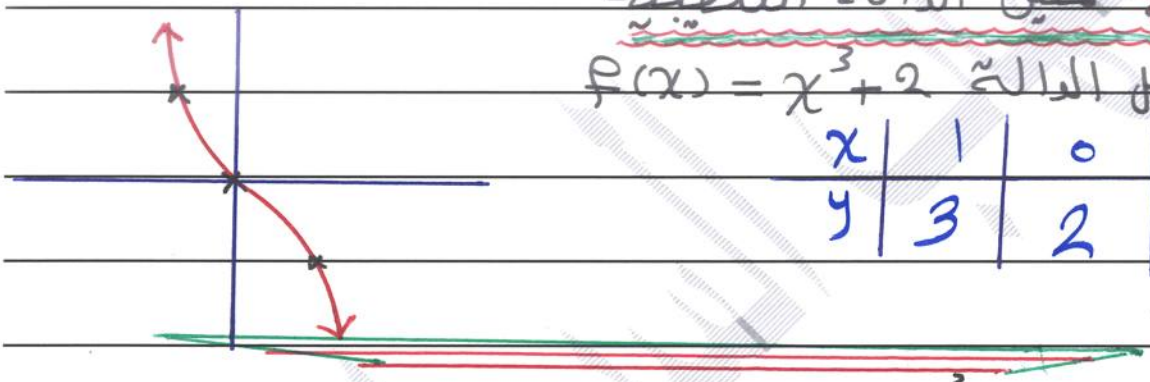
مثال/ مثل الدالة $f(x)=-4x^2$ اذا علمت أن $a<0$



x	-1	0	1
y	-4	0	-4

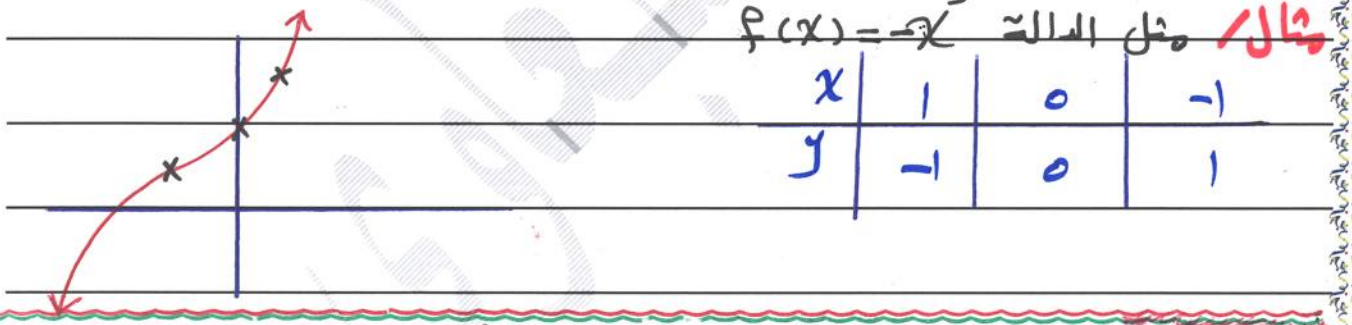
ثالثا: تمثيل الدالة التكعيبية

مثال/ مثل الدالة $f(x)=x^3+2$



x	-1	0	1
y	1	2	3

مثال/ مثل الدالة $f(x)=-x^3$

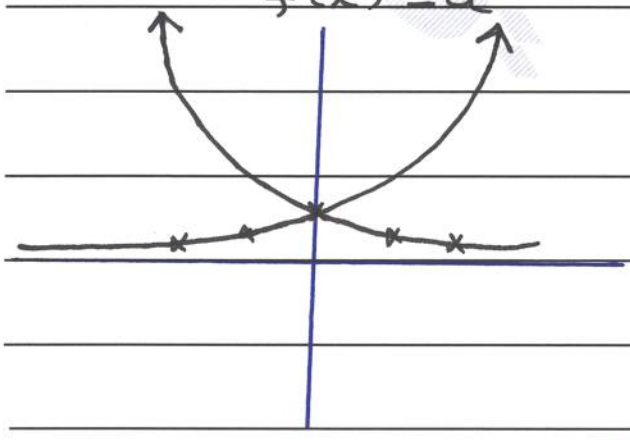


x	-1	0	1
y	1	0	-1

رابعا: تمثيل الدالة الاسية

$f(x)=a^x$

مثال/ مثل الدالة $f(x)=2^x$



x	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4

تمارين (3 - 3) ص57

س/ 4) أختصر :-

$$\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a+b}\left[\frac{\sqrt{a+b}}{\sqrt{a-b}}-\frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b}}\right]$$

الحل/ :-

$$=\frac{\sqrt{(a-b)(a+b)}}{a+b}\left[\frac{\sqrt{a+b}\ \sqrt{a+b}-\left(\sqrt{a-b}\ \sqrt{a-b}\right)}{\sqrt{a-b}\ \sqrt{a+b}}\right]^{-1}$$

$$=\frac{\sqrt{a-b}\ \sqrt{a+b}}{a+b}\left[\frac{a+b-(a-b)}{\sqrt{a-b}\ \sqrt{a+b}}\right]^{-1}$$

$$=\frac{\sqrt{a-b}\ \sqrt{a+b}}{a+b}\ \frac{(a+b-a+b)^{-1}}{(\sqrt{a-b}\ \sqrt{a+b})^{-1}}$$

$$=\frac{\sqrt{a-b}\ \sqrt{a+b}}{a+b}\ \frac{\sqrt{a-b}\ \sqrt{a+b}}{2b}$$

$$=\frac{(a-b)(a+b)}{(a+b)\,2b}$$

$$=\frac{a-b}{2b}$$

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

ب) اذا كان $x = \sqrt[3]{2} + 1$ و $y = \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 1$

اثبت ان $xy = 3$

الحل/

L.H.S

$(\sqrt[3]{2} + 1)(\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 1) = (\sqrt[3]{2})^3 + (1)^3$

$= 2 + 1$

$= 3$

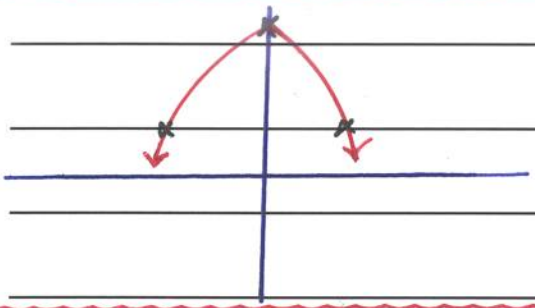
مجموع مكعبين

و.ط.م

ج/ مثل بيانياً الدوال الاتية

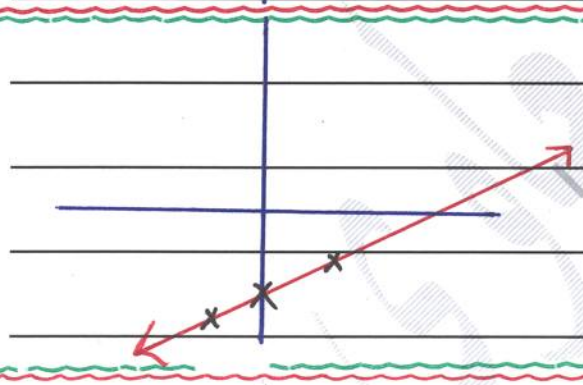
a) $f(x) = -4x^2 + 5$

x	1	0	-1
y	1	5	1



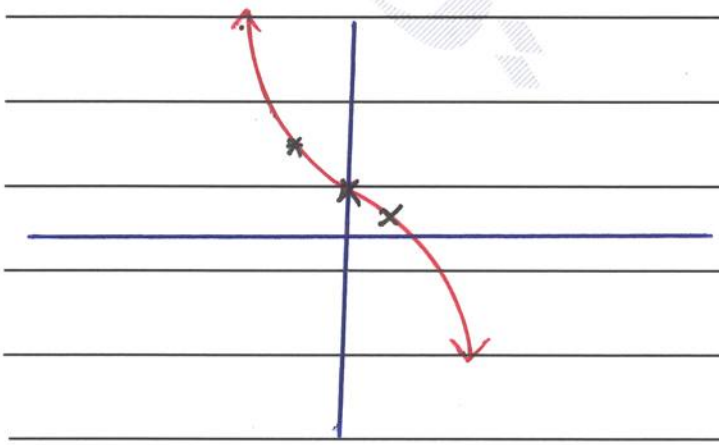
b) $f(x) = x - 8$

x	1	0	-1
y	-7	-8	-9



c) $f(x) = 2 - x^3$

x	1	0	-1
y	1	2	3



الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

س3/ جد اوسع مجال للدوال الاتية

a) $f(x)=x^2-5x+9$ ⇒ اوسع مجال هو R

b) $f(x)=\frac{x-1}{x+9}$ ⇒ $x+9=0 \Rightarrow x=-9$ اوسع مجال هو $R\setminus\{-9\}$

c) $f(x)=\sqrt{x-9}$ ⇒ $x-9\geq 0 \Rightarrow x\geq 9$ اوسع مجال $R\setminus\{x: x\geq 9\}$

d) $f(x)=\sqrt{3-5x}$ ⇒ $3-5x\geq 0 \Rightarrow x\leq \frac{3}{5}$ اوسع مجال $R\setminus\{x: x\leq \frac{3}{5}\}$

e) $f(x)=\frac{1}{x^2-9}$ ⇒ $x^2-9=0 \Rightarrow x^2=9$

⇒ $x=\pm 3$

اوسع مجال $R\setminus\{-3,3\}$

س4/ اوجد ناتج مايلي بحيث يكون المقام كمية نسبية

م) $\frac{3}{a-b}\cdot\sqrt{\frac{2x}{a-b}}\div\sqrt{\frac{18x^3}{(a-b)^5}}$

$=\frac{3}{a-b}\cdot\sqrt{\frac{2x}{a-b}\cdot\frac{a-b}{a-b}}\div\sqrt{\frac{(9x^2)(2x)}{(a-b)^4(a-b)}}$

$=\frac{3}{a-b}\cdot\frac{\sqrt{2x}\sqrt{a-b}}{\sqrt{(a-b)^2}}\div\frac{3x\sqrt{2x}}{(a-b)^2\sqrt{a-b}}$

$=\frac{3}{a-b}\cdot\frac{\sqrt{2x}\sqrt{a-b}}{a-b}\cdot\frac{(a-b)^2\sqrt{a-b}}{3x\sqrt{2x}}$

$=\frac{a-b}{x}$

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

ب)

$$= \frac{\sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{8}{27}}}{\sqrt{2}\left(\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)}$$

نوزع الجذر

$$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}}{\sqrt{6} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}}{\sqrt{6} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{2\sqrt{6}}{9}}{\sqrt{6} + \frac{\sqrt{6}}{3}}$$

$$= \frac{\frac{9\sqrt{6} - 4\sqrt{6}}{18}}{\frac{3\sqrt{6} + \sqrt{6}}{3}}$$

$$= \frac{\frac{5\sqrt{6}}{18}}{\frac{4\sqrt{6}}{3}} = \frac{5\sqrt{6}}{18} \times \frac{3}{4\sqrt{6}} = \frac{5}{24}$$

الاستاذ: ايهاب السبعاوي
07904929871

جـ)

$$\sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}} - \sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}}$$

$$= \sqrt{\frac{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)}} - \sqrt{\frac{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}}$$

نضرب في مرافق المقام لتصبح المقام

$$= \sqrt{\frac{(\sqrt{5}+1)^2}{5-1}} - \sqrt{\frac{(\sqrt{5}-1)^2}{5-1}}$$

$$= \frac{\sqrt{5}+1}{2} - \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{\sqrt{5}+1-\sqrt{5}+1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

س/ م) اثبتا ان $\frac{-15}{x-6+\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{x}-2} - \frac{3}{\sqrt{x}+3} = 0$

L.H.S

$$= \frac{-15}{x+\sqrt{x}-6} + \frac{3}{\sqrt{x}-2} - \frac{3}{\sqrt{x}+3}$$

$$= \frac{-15}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)} + \frac{3}{\sqrt{x}-2} - \frac{3}{\sqrt{x}+3}$$

$$= \frac{-15+3(\sqrt{x}+3)-3(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)}$$

$$= \frac{-15 + 3\sqrt{x} + 9 - 3\sqrt{x} + 6}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)} = \frac{0}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)} = 0$$

وهو المطلوب

ب) جد x بصورة $a + \sqrt{3}b$ أذا كانت $x + \sqrt{3}x = 8$

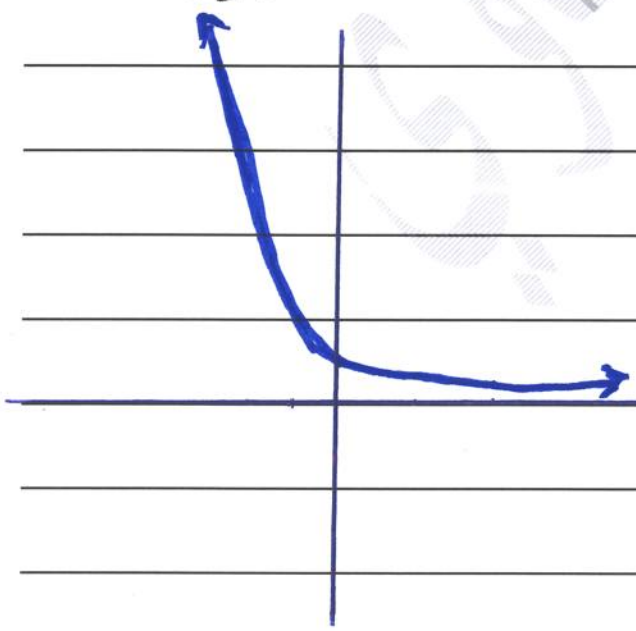
$$x(1+\sqrt{3}) = 8$$

$$x = \frac{8}{1+\sqrt{3}} \times \frac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$$

$$= \frac{8-8\sqrt{3}}{1-3} = \frac{8-8\sqrt{3}}{-2}$$

$$= -4 + 4\sqrt{3}$$

س/ ارسم جزءاً من المنحنى البياني للدالة $y = (\frac{1}{5})^x$



x	2	1	0	-1	-2
y	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{5}$	1	5	25

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

ب) $x^{\frac{2}{3}} = 3^{-2}$

الحل /

$$x^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{3^2}$$

$$(x^{\frac{1}{3}})^2 = (\frac{1}{3})^2$$

بالجذر التربيعي

$$x^{\frac{1}{3}} = \pm\frac{1}{3}$$

بالتكعيب للطرفين $(x^{\frac{1}{3}})^3 = (\pm\frac{1}{3})^3 \Rightarrow x = \pm\frac{1}{27}$

$$\Rightarrow S = \{\pm\frac{1}{27}\}$$

مثال / حل المعادلة $2^{x^2-2x+1} = 4^{x+3}$

الحل /

$$2^{x^2-2x+1} = (2^2)^{x+3}$$

$$2^{x^2-2x+1} = 2^{2x+6}$$

اذا تساوت الاساسات فسوف تتساوى الاسس

$$x^2 - 2x + 1 = 2x + 6$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$(x-5)(x+1) = 0$$

$x = 5$

$x = -1 \Rightarrow S = \{-1, 5\}$ ∴

الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

الفصل الثاني / المعادلات و المتباينات

القيمة المطلقة :- تعرف القيمة المطلقة للعدد الحقيقي x والتي نرمز لها بالرمز $|x|$ كما يأتي

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

$$|x| = \begin{cases} x & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

مثال // ارسم $y = |x|$

$$y = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

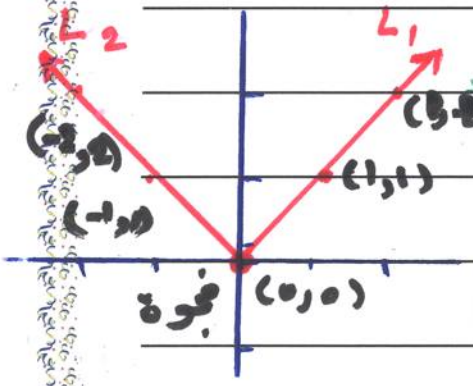
الحل //

x	y	(x,y)
0	0	$(0,0)$
1	1	$(1,1)$
2	2	$(2,2)$

$L_1 : y = x$

x	y	(x,y)
0	0	$(0,0)$
-1	1	$(-1,1)$
-2	2	$(-2,2)$

$L_2 : y = -x$



مثال // ارسم $y = |x-1| + 3$

الحل //

$$y = \begin{cases} x - 1 + 3 & x \geq 1 \\ -(x-1) + 3 & x < 1 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} x + 2 & x \geq 1 \\ -x + 1 + 3 & x < 1 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} x + 2 & x \geq 1 \\ -x + 4 & x < 1 \end{cases}$$

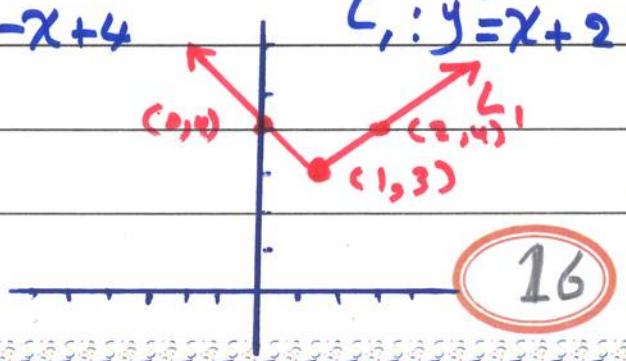
x	y	(x,y)
1	3	$(1,3)$
0	4	$(0,4)$

$L_2 : y = -x + 4$

x	y	(x,y)
1	3	$(1,3)$
2	4	$(2,4)$

$L_1 : y = x + 2$

مجموعة



الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

س٢/ ارسم $y=|x+2|-5$

x	y	(x,y)
-2	-5	(-2,-5)
-3	-4	(-3,-4)

$L_2: y=-x-7$

x	y	(x,y)
-2	-5	(-2,-5)
0	-3	(0,-3)

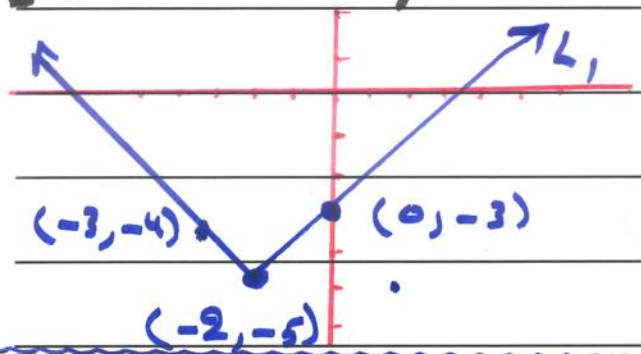
$L_1: y=x-3$

الحل

$$y=\begin{cases}(x+2)-5 & x\geq -2\\ -(x+2)-5 & x<-2\end{cases}$$

$$y=\begin{cases}x+2-5\\ -x-2-5\end{cases}$$

$$y=\begin{cases}x-3 & x\geq -2\\ -x-7 & x<-2\end{cases}$$



ب) $y=3-|x+1|$

x	y	(x,y)
-1	3	(-1,3)
-2	2	(-2,2)

$L_2: y=4+x$

x	y	(x,y)
-1	3	(-1,3)
0	2	(0,2)

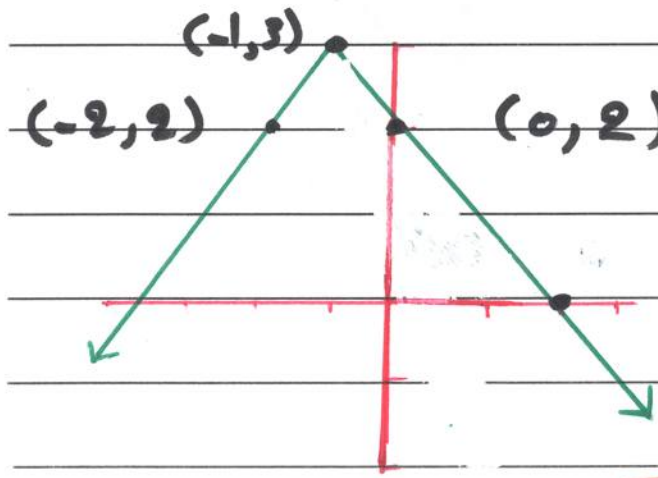
$L_1: y=2-x$

الحل

$$y=\begin{cases}3-(x+1) & x\geq -1\\ 3+(x+1) & x<-1\end{cases}$$

$$y=\begin{cases}3-x-1\\ 3+x+1\end{cases}$$

$$y=\begin{cases}2-x & x\geq -1\\ 4+x & x<-1\end{cases}$$



الاستاذ : ايهاب السبعاوي
07904929871

حل المعادلات التي تحتوي على مطلق

خطوات الحل :-

* نصرف المطلق
* نتخلص من الاقواس والمقام اذا وجد
* نجعل المجهول في طرف والمعلوم في طرف اخر
* نجد مجموعة الحل من خلال $S = S_1 \cup S_2$

مثال / جد مجموعة الحل للمعادلة $|3x+6| = 9$ حيث $x \in R$

الحل /

$$= \begin{cases} (3x+6) = 9 & x \geq -2 \\ -(3x+6) = 9 & x < -2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 3x+6 = 9 \\ -3x-6 = 9 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 3x = 3 & \div 3 \\ -3x = 15 & \div -3 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} x = 1 \\ x = -5 \end{cases}$$

$S_1 = \{1\}$ $S_2 = \{-5\}$

$S = S_1 \cup S_2$

$= \{-5, 1\}$